

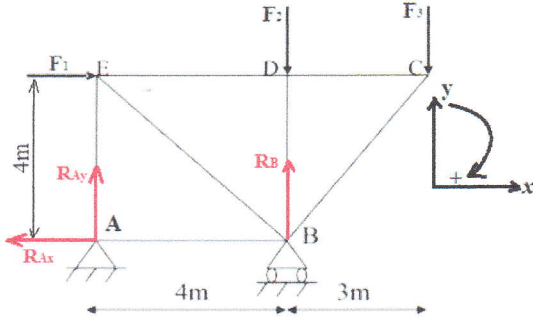
حل امتحان السداسي الأول في مقياس الميكانيك التطبيقية - بومالي ريمّة - سنة ثالثة

حل التمرين الأول: 8

1. التأكد من أن النظام محدود سكونيا:

$b = 2n - 3 \Leftrightarrow 7 = 2 \times 5 - 3 \Leftrightarrow 7 = 7$ **0,5**

2. حساب ردود الأفعال في المسندين A و B:



$\sum \vec{F}_{ix} = \vec{0} \Leftrightarrow F_1 - R_{Ax} = 0 \Leftrightarrow R_{Ax} = F_1 \Leftrightarrow R_{Ax} = 30 \text{ kN}$ **0,5**

$\sum \vec{F}_{iy} = \vec{0} \Leftrightarrow R_{Ay} + R_B - F_2 - F_3 = 0 \Leftrightarrow R_{Ay} = F_2 + F_3 - R_B$

$\sum \vec{M}_{i/B} = \vec{0} \Leftrightarrow 4 \times F_1 + 4 \times F_2 + 7 \times F_3 - 4 \times R_B = 0$

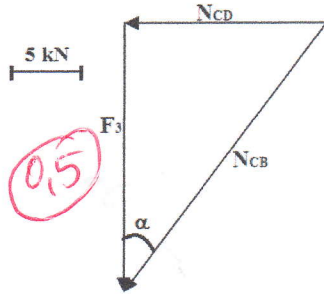
$\Leftrightarrow R_B = (4 \times F_1 + 4 \times F_2 + 7 \times F_3) / 4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow R_B = (4 \times 30 + 4 \times 40 + 7 \times 20) / 4 \Leftrightarrow R_B = 105 \text{ kN}$ **0,5**

$R_{Ay} = F_2 + F_3 - R_B = 40 + 20 - 105 \Leftrightarrow R_{Ay} = -45 \text{ kN}$ **0,5**

3. حساب الجهود الداخلية للقضبان CB و CD:

أ. هندسيا:

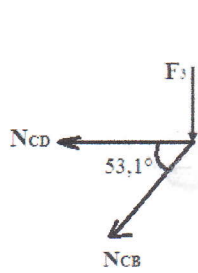


$\tan \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha = 37^\circ$

$N_{CD} = 3 \text{ cm} \times 5 \text{ kN} \Rightarrow N_{CD} = 15 \text{ kN}$ **0,25**

$N_{CB} = 5 \text{ cm} \times 5 \text{ kN} \Rightarrow N_{CB} = 25 \text{ kN}$ **0,25**

ب. حسابيا (العقدة C):



$\tan \beta = \frac{4}{3} \Rightarrow \beta = 53,1^\circ$

$\sum \vec{F}_{ix} = \vec{0} \Leftrightarrow -N_{CD} - N_{CB} \cos \beta = 0 \Leftrightarrow N_{CD} = -N_{CB} \cos \beta$

$\sum \vec{F}_{iy} = \vec{0} \Leftrightarrow -N_{CB} \sin \beta - F_3 = 0 \Leftrightarrow N_{CB} = \frac{-F_3}{\sin \beta} = \frac{-20}{\sin 53,1} \Rightarrow$

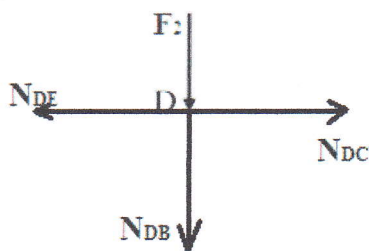
$N_{CB} = -25 \text{ kN}$ **0,25**

$N_{CD} = -N_{CB} \cos \beta = 25 \times \cos 53,1 \Leftrightarrow$

$N_{CD} = 15 \text{ kN}$ **0,25**

4. حساب الجهود الداخلية في باقي القضبان:

العقدة D:



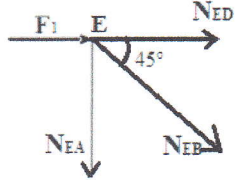
$\sum \vec{F}_{ix} = \vec{0} \Leftrightarrow N_{DE} - N_{DC} = 0 \Leftrightarrow N_{DE} = N_{DC} \Rightarrow$

$\Leftrightarrow N_{DE} = 15 \text{ kN}$ **0,5**

$\sum \vec{F}_{iy} = \vec{0} \Leftrightarrow -N_{DB} - F_2 = 0 \Leftrightarrow N_{DB} = -F_2 \Leftrightarrow$

$N_{DB} = -40 \text{ kN}$ **0,5**

العقدة E :

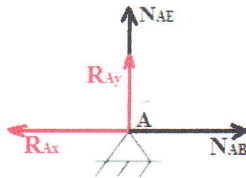


$$\sum \vec{F}_{ix} = \vec{0} \Leftrightarrow F_1 + N_{ED} + N_{EB} \cos 45 = 0 \Leftrightarrow N_{EB} = -\frac{F_1 + N_{ED}}{\cos 45} = -\frac{30 + 15}{\cos 45} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow N_{EB} = -63,64 \text{ kN} \quad (0,5)$$

$$\sum \vec{F}_{iy} = \vec{0} \Leftrightarrow -N_{EA} - N_{EB} \sin 45 = 0 \Leftrightarrow N_{EA} = -N_{EB} \sin 45 \Leftrightarrow \Leftrightarrow N_{EA} = 45 \text{ kN} \quad (0,5)$$

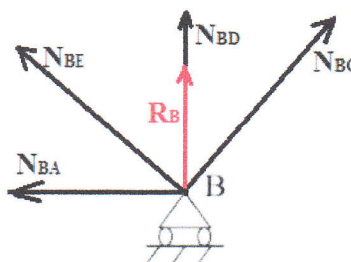
العقدة A :



$$\sum \vec{F}_{ix} = \vec{0} \Leftrightarrow N_{AB} - R_{Ax} = 0 \Leftrightarrow N_{AB} = R_{Ax} \Leftrightarrow N_{AB} = 30 \text{ kN} \quad (0,5)$$

$$\sum \vec{F}_{iy} = \vec{0} \Leftrightarrow N_{AE} + R_{Ay} = 0 \Leftrightarrow N_{AE} = -R_{Ay} \Leftrightarrow N_{AE} = -(-45) \text{ kN} \Leftrightarrow 45 = 45$$

العقدة B :



$$\sum \vec{F}_{ix} = \vec{0} \Leftrightarrow N_{BC} \cos 53,1 - N_{BE} \cos 45 - N_{BA} = 0 \Leftrightarrow$$

$$-25 \times \cos 53,1 + 63,64 \times \cos 45 - 30 = 0 \Leftrightarrow -15 - 30 + 45 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$$

$$\sum \vec{F}_{iy} = \vec{0} \Leftrightarrow N_{BD} + N_{BC} \sin 53,1 + N_{BE} \sin 45 + R_B = 0 \Leftrightarrow$$

$$-40 - 25 \times \sin 53,1 - 63,64 \times \sin 45 + 105 = 0 \Leftrightarrow -40 - 20 - 45 + 105 = 0$$

$$\Leftrightarrow -105 + 105 = 0$$

5. تدوين النتائج في جدول مع تبين طبيعة التحريض في كل قضيب:

القضيب	قيمة الجهد (kN)	نوع التحريض	
CB	-25	انضغاط	(1)
CD	15	شد	(2)
DE	15	شد	(3)
DB	-40	انضغاط	(4)
EB	-63,64	انضغاط	(5)
EA	45	شد	(6)
AB	30	شد	(7)

$7 \times 0,25$

حل التمرين الثاني: (0,5)

عدد اللفات التي يجب أن يصنعها البجار حول مربط الحبال

$$\frac{T_2}{T_1} = e^{f_s \beta} \Rightarrow \ln \frac{T_2}{T_1} = f_s \beta \Rightarrow \beta = \ln \frac{T_2}{T_1} / f_s \quad (1)$$

$$\beta = \ln \frac{3500}{100} / 0,2 \Rightarrow \beta = 17,78 \text{ rd} = 2,8 \times 2 \times \pi \text{ rd} = 2 \Rightarrow n \approx 3 \quad (1)$$

عدد اللفات التي يجب أن يصنعها البجار حول مربط الحبال هو 3 دورات

حل التمرين الثالث: (0,9)

1. كتابة إحداثيات الأشعة : $\vec{OA}$, $\vec{OB}$, $\vec{OC}$, $\vec{OD}$, $\vec{OE}$, $\vec{OG}_1$, $\vec{OG}_2$ و $\vec{OH}$

$$\vec{OA} = \begin{pmatrix} 0 \\ -L \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{OB} = \begin{pmatrix} 0 \\ L \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{OC} = \begin{pmatrix} 0 \\ -L \\ L \end{pmatrix}, \quad \vec{OD} = \begin{pmatrix} L \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{OE} = \begin{pmatrix} L/2 \\ L \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{OG}_1 = \begin{pmatrix} L/2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$0,25 \times 8$

$$\overrightarrow{OG_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{L}{2} \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{OH} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{4}{3}L \\ 0 \end{pmatrix}$$

2. كتابة الفاتل السكوني عند النقاط A, B, C, D, E, G₁, G₂ و H:

$$\{T_A\}_A = \begin{Bmatrix} X_A & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_A & 0 \end{Bmatrix}_A, \quad \{T_B\}_B = \begin{Bmatrix} X_B & 0 \\ Y_B & 0 \\ Z_B & 0 \end{Bmatrix}_B, \quad \{T_C\}_C = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ P & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_C, \quad \{T_D\}_D = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -2P & 0 \end{Bmatrix}_D \quad 0,5 \times 8$$

$$\{T_E\}_E = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{P}{2} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_E, \quad \{T_{G_1}\}_{G_1} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -P & 0 \end{Bmatrix}_{G_1}, \quad \{T_{G_2}\}_{G_2} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -P & 0 \end{Bmatrix}_{G_2}, \quad \{T_H\}_H = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_H$$

3. ايجاد قيم المجاهيل X_A, Z_A, X_B, Y_B, Z_B والعزم M:

$$1. \quad \vec{M}_{A/O} = \vec{M}_{A/A} + \overrightarrow{OA} \wedge \vec{F}_A = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ -L \\ 0 \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} X_A \\ 0 \\ Z_A \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -LZ_A \\ 0 \\ LX_A \end{Bmatrix}_O \Rightarrow \{\vec{T}_A\}_O = \begin{Bmatrix} X_A & -LZ_A \\ 0 & 0 \\ Z_A & LX_A \end{Bmatrix}_O \quad (0,25)$$

$$2. \quad \vec{M}_{B/O} = \vec{M}_{B/B} + \overrightarrow{OB} \wedge \vec{F}_B = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ L \\ 0 \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} LZ_B \\ 0 \\ -LX_B \end{Bmatrix}_O \Rightarrow \{\vec{T}_B\}_O = \begin{Bmatrix} X_B & LZ_B \\ Y_B & 0 \\ Z_B & -LX_B \end{Bmatrix}_O \quad (0,25)$$

$$3. \quad \vec{M}_{C/O} = \vec{M}_{C/C} + \overrightarrow{OC} \wedge \vec{F}_C = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ -L \\ 0 \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} 0 \\ P \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -PL \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_O \Rightarrow \{\vec{T}_C\}_O = \begin{Bmatrix} 0 & -PL \\ P & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_O \quad (0,25)$$

$$4. \quad \vec{M}_{D/O} = \vec{M}_{D/D} + \overrightarrow{OD} \wedge \vec{F}_D = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} L \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -2P \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -2PL \\ 0 \end{Bmatrix}_O \Rightarrow \{\vec{T}_D\}_O = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2PL \\ -2P & 0 \end{Bmatrix}_O \quad (0,25)$$

$$5. \quad \vec{M}_{E/O} = \vec{M}_{E/E} + \overrightarrow{OE} \wedge \vec{F}_E = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} L/2 \\ L \\ 0 \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} 0 \\ -P/2 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -PL/4 \end{Bmatrix}_O \Rightarrow \{\vec{T}_E\}_O = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -P/2 & 0 \\ 0 & -PL/4 \end{Bmatrix}_O \quad (0,25)$$

$$6. \quad \vec{M}_{G_1/O} = \vec{M}_{G_1/G_1} + \overrightarrow{OG_1} \wedge \vec{F}_{G_1} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} L/2 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -P \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ PL/2 \\ 0 \end{Bmatrix}_O \Rightarrow \{\vec{T}_{G_1}\}_O = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & PL/2 \\ -P & 0 \end{Bmatrix}_O \quad (0,25)$$

$$7. \quad \vec{M}_{G_2/O} = \vec{M}_{G_2/G_2} + \overrightarrow{OG_2} \wedge \vec{F}_{G_2} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ L/2 \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -P \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_O \Rightarrow \{\vec{T}_{G_2}\}_O = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -P & 0 \end{Bmatrix}_O \quad (0,25)$$

$$8. \vec{M}_{H/O} = \vec{M}_{H/H} + \vec{OH} \wedge \vec{F}_H = \begin{Bmatrix} 0 \\ M \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ -4L/3 \\ 0 \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ M \\ 0 \end{Bmatrix}_O \Rightarrow \{\vec{T}_H\}_O = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_O \quad (0,25)$$

$$\begin{cases} X_A + X_B = 0 \Rightarrow X_A = -X_B \\ Y_B + P - \frac{P}{2} = 0 \Leftrightarrow Y_B = -\frac{P}{2} \quad (0,25) \\ Z_A + Z_B - 2P - P - P = 0 \Rightarrow Z_A = 4P - Z_B \Leftrightarrow Z_A = \frac{3P}{2} \\ -LZ_A + LZ_B - LP = 0 \Rightarrow -4LP + LZ_B + LZ_B - LP = 0 \Leftrightarrow Z_B = \frac{5P}{2} \\ 2PL + \frac{PL}{2} + M = 0 \Leftrightarrow M = -\frac{5}{2}PL \quad (0,25) \\ LX_A - LX_B - \frac{PL}{4} = 0 \Rightarrow LX_A + LX_A - \frac{PL}{4} = 0 \Leftrightarrow X_A = \frac{P}{8} \Rightarrow X_B = -\frac{P}{8} \quad (0,25) \end{cases}$$